Psychologische Beiträge, Band 27, 1985, S. 224–230

Simulierte kritische Werte zur Kausal-Dominanz-Analyse[1]

R. HÜBNER[2]

Zusammenfassung, Summary, Résumé

Die Kausal-Dominanz-Analyse von LEHMANN (1980) gestattet, Fragen nach der kausalen Abhängigkeit von intervallskalierten Variablen zu beantworten, ohne daß ein Experiment oder eine vorherige Spezifikation von Kausalstrukturen erforderlich ist. Dazu werden Maße verwendet, deren Verteilungen zur Zeit noch unbekannt sind. Da eine mathematische Ableitung dieser Verteilungen als sehr schwierig erscheint, ist es das Anliegen dieser Arbeit, kritische Werte zur Beurteilung der statistischen Signifikanz von Kausal-Dominanz-Beziehungen zur Verfügung zu stellen.

Simulated critical values for the 'Analysis of Causality and Dominance'

The 'Analysis of Causality and Dominance' (LEHMANN, 1980) allows to analyse the causal interdependencies of variables (measured at interval-scale level) without experiments or further specifications. The analysis uses measures depending on maximum F-values of non-linear regression and their differences. But the distributions of these values are unknown. The mathematical solution of this problem cannot be expected soon. Therefore, it is the aim of this study to present simulated critical values for significance testing.

Les valeurs critique simulées de l'analyse de la dominance causale

L'analyse de la dominance causale de LEHMANN (1980) permet de réprondre aux questions de la dépendance causale de variables d'échelle d'intervalle sans que une expérience ou une spécification aupréalable de structure causale soit nécessaire. Pour cela on utilise des mesures dont la répartition pour le moment sont encore inconnus. Puisque une expliquation mathématique de cette répartition semble très difficile. Nous essayons dans ce travail de mettre à disposition des valeurs critiques pour le jugement des rapports de dominance causale de signifiquance statistique.

(Dr. Lohr/M.-C. Oguey)

1 Ich danke Herrn Prof. Dr. Günter Lehmann (Wuppertal) für seine hilfreiche Unterstützung bei dieser Arbeit.

2 Dipl.-Psych. Ronald Hübner, Institut für Psychologie der Universität Göttingen, Goßlerstraße 14, D–3400 Göttingen.

Einleitung

In den empirischen Wissenschaften haben Fragen nach kausalen Abhängigkeiten von Variablen eine zentrale Bedeutung. Die bevorzugte Methode zu Beantwortung solcher Fragen ist das Experiment (HAGER und WESTERMANN 1983).

In Bereichen, in denen Experimente nicht möglich oder zu aufwendig sind, besteht die Möglichkeit, mithilfe der Pfadanalyse zu Aussagen hinsichtlich der kausalen Abhängigkeiten in Variablensystemen zu gelangen. Allerdings hat diese Methode den Nachteil, daß lediglich die *vor* der eigentlichen Analyse festgelegten Kausalstrukturen (Graphen) *überprüft* werden können (KERLINGER and PEDHAZUR 1973).

Mit seiner Kausal-Dominanz-Analyse hat LEHMANN (1980) eine Methode vorgelegt, die Fragen nach der paarweisen kausalen Abhängigkeit von intervallskalierten Variablen (bis hin zu multivariaten Kausalstrukturen zwischen n Variablen) zu beantworten gestattet, ohne daß ein Experiment oder eine vorherige Spezifikation von Strukturen erforderlich ist.

Die Kausal-Dominanz-Analyse wurde ausgehend vom physikalischen Kausalitätsbegriff entwickelt.

Setzt man voraus, daß es keine ursachenfreie Ereignisse gibt, dann läßt sich zeigen, daß eine Schätzung des Grades der kausalen Abhängigkeit zwischen zwei Variablen x und y möglich ist, auch wenn keine zeitliche Information vorliegt.

Grundlegend dabei ist der Gedanke, daß die kausale Abhängigkeit einer Variablen y von einer Variablen x nur auf Impulsübertragungen ($mdx/dt \rightarrow mdy/dt$) beruhen kann. Daraus lassen sich gewisse mathematische Merkmale der Beziehungen zwischen zwei kausal verbundenen Variablen x und y herleiten.

LEHMANN (1980) kommt dabei zu dem Ergebnis, daß eine Variable x dann als kausal bedingend hinsichtlich einer Variablen y angesehen werden kann, wenn die *funktionale* Vorhersage von y aus x besser ist, als die entsprechende Vorhersage von x aus y (zu Einzelheiten siehe LEHMANN 1980).

Notwendig dazu ist ein *Beeinflussungsmaß* τ_{xy} bzw. τ_{yx}, das die Abhängigkeit zwischen den Variablen x und y getrennt angibt. Als am geeignetsten wird als Maß der F-Wert einer nichtlinearen polynomialen Regression zwischen x und y angesehen, der in beiden Vorhersagerichtungen unterschiedlich ausfällt.

Um sich nicht von vornherein auf einen bestimmten Polynomgrad festlegen zu müssen, kann der maximale F-Wert von mehreren Polynomen unterschiedlichen Grades (> 1) genommen werden.

Soll der latent enthaltene symmetrische Anteil der in der polynomialen Regression enthaltenen linearen Regression separiert werden, kann das z.B. durch Orthogonalisierung der Beziehungen zwischen den Variablen x, y erreicht werden.

Eine andere Möglichkeit besteht darin, den maximalen F-Wert des nichtlinearen Zuwachses bei Polynomen verschiedenen Grades als asymmetrisches Maß zu verwenden. Allerdings ist die Verteilung dieser F_{max}-Werte noch unbekannt, was die Beurteilung nach statistischer Signifikanz erschwert.

Ebenfalls unbekannt ist die Verteilung eines *Dominanzmaßes* $\delta_{xy} = \tau_{xy} - \tau_{yx}$, welches im Falle wechselseitiger kausaler Abhängigkeiten zweier Variablen x,y innerhalb eines Prozesses die Hauptbeeinflussungsrichtung und den Grad der Dominanz angibt.

Da die mathematische Ableitung dieser Verteilungen in absehbarer Zukunft nicht zu erwarten ist, die Kausal-Dominanz-Analyse aber bereits in der Praxis Verwendung findet (vgl. z.B. RÄDER und SCHWIBBE 1982; SCHWIBBE 1983), ist das Anliegen dieser Arbeit, dem Praktiker einige vorläufige kritische Werte zur Beurteilung der statistischen Signifikanz zur Verfügung zu stellen. Als Methode wird dazu die Computersimulation verwendet, die beispielsweise auch bei der Schätzung der Teststärke statistischer Signifikanztests zu nützlichen Ergebnissen führt (vgl. z.B. HÜBNER und HAGER 1984).

Um die Wahl zu ermöglichen, ob der lineare Anteil der polynomialen Regression separiert werden soll oder nicht, werden zwei Maße benutzt.

1) Der maximale F-Wert der polynomialen Regression zweiten, dritten und vierten Grades. Der Anteil der linearen Regression ist hierin enthalten:

$$F_{amax}(yx) = \max \left\{ \begin{array}{l} F_{yx} = \dfrac{R^2_{y \cdot xx^2 x^3 x^4}/4}{(1-R^2_{y \cdot xx^2 x^3 x^4})/(N-5)} \\[2ex] F_{yx} = \dfrac{R^2_{y \cdot xx^2 x^3}/3}{(1-R^2_{y \cdot xx^2 x^3})/(N-4)} \\[2ex] F_{yx} = \dfrac{R^2_{y \cdot xx^2}/2}{(1-R^2_{y \cdot xx^2})/(N-3)} \end{array} \right.$$

2) Der maximale F-Wert des nichtlinearen Zuwachses bei der polynomialen Regression zweiten, dritten und vierten Grades:

$$F_{dmax}(yx) = \max \begin{cases} F_{yx} = \dfrac{(R^2_{y \cdot xx^2x^3x^4} - R^2_{y \cdot x})/3}{(1-R^2_{y \cdot xx^2x^3x^4})/(N-5)} \\[2ex] F_{yx} = \dfrac{(R^2_{y \cdot xx^2x^3} - R^2_{y \cdot x})/2}{(1-R^2_{y \cdot xx^2x^3})/(N-4)} \\[2ex] F_{yx} = \dfrac{R^2_{y \cdot xx^2} - R^2_{y \cdot x}}{(1-R^2_{y \cdot xx^2})/(N-3)} \end{cases}$$

Als Dominanzmaße wurden entsprechend gewählt:

1) $Do_a(xy) = F_{amax}(xy) - F_{amax}(yx)$

2) $Do_d(xy) = F_{dmax}(xy) - F_{dmax}(yx)$

Somit soll ermöglicht werden, auch die Asymmetrie der F_{max}-Maße hinsichtlich statistischer Signifikanz zu beurteilen.

Methode

Auf der UNIVAC 1100 Rechenanlage der GwD Göttingen wurden Kausal-Dominanz-Analyse-Beziehungen mithilfe eines FORTRAN-Programmes simuliert. Als Daten dienten standardnormalverteilte Pseudozufallszahlen des Unterprogramms ggnml aus IMSL (1980), aus denen pro Durchgang ein Vektorpaar x, y aus je N Komponenten simuliert wurde. Pro Simulationsdurchgang wurden die wechselseitigen F_{max}-Werte und die absoluten Do-Werte berechnet. Dieser Vorgang wurde für jedes N 10000 mal wiederholt, so daß die empirischen F_{max}-Verteilungen aus je 20000 Werten und die Do-Verteilungen aus je 10000 Werten bestanden. Zur Erzeugung der Häufigkeitsverteilungen wurden die F_{max}- bzw. Do-Werte in Klassen der Intervallgröße 1/100 zusammengefaßt, wobei sich z.B. bei den F_{max}-Werten etwa 2000 Klassen ergaben.

Als simulierte obere Signifikanzgrenze einer F_{max}- bzw. Do-Verteilung (für vorgegebenes N) wurde die obere Grenze desjenigen Intervalls gewählt, innerhalb dessen sich der kritische Lageparameter zur Aufteilung der Verteilung im Verhältnis $1-\alpha$ zu α befand (α = 5%; 2,5%; 1%). Da die geschätzten Wahrscheinlichkeiten um die wahren Lageparameter mit:

$$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{r}}\,;\ r = \text{Anzahl der Werte}$$

Tabelle 1

Geschätzte kritische F_{max}-Werte für die Signifikanzniveaus α = 5%; 2,5%, 1%. Nähere Erläuterungen im Text

N	F_{amax}			F_{dmax}		
	5%	2,5%	1%	5%	2,5%	1%
40	3,56	4,33	5,44	4,47	5,71	7,51
50	3,52	4,27	5,34	4,43	5,65	7,42
60	3,48	4,22	5,27	4,40	5,60	7,34
70	3,45	4,18	5,21	4,38	5,56	7,27
80	3,43	4,14	5,15	4,36	5,53	7,22
90	3,40	4,11	5,10	4,34	5,50	7,17
100	3,38	4,08	5,06	4,32	5,47	7,12
110	3,37	4,05	5,02	4,31	5,44	7,08
120	3,35	4,03	4,99	4,29	5,42	7,04
130	3,33	4,01	4,95	4,28	5,40	7,01
140	3,32	3,99	4,92	4,27	5,38	6,98
150	3,31	3,97	4,89	4,25	5,36	6,95
160	3,30	3,95	4,87	4,24	5,35	6,92
170	3,28	3,93	4,84	4,23	5,33	6,90
180	3,27	3,92	4,82	4,23	5,32	6,87
190	3,26	3,90	4,80	4,22	5,30	6,85
200	3,25	3,89	4,78	4,21	5,29	6,82
r	−0,93	−0,92	−0,90	−0,90	−0,90	−0,89
a	−0,190	−0,277	−0,409	−0,163	−0,261	−0,425
b	4,259	5,357	6,946	5,072	6,674	9,077

streuen, liegen auch die simulierten kritischen Rohwerte in diesem Bereich.

Diese oberen Signifikanzen für verschiedene N und α wurden als (kritische) Rohwerte $C_{N,\alpha}$ bezeichnet. Da sich einzelne dieser Werte trotz der großen Anzahl der Simulationen noch nicht befriedigend stabilisierten, wurde eine Interpolation angestrebt. Als überraschend geeignet, wie unten gezeigt wird, erwies sich die Vorhersage des jeweiligen kritischen Wertes als lineare Funktion von N:

$$\hat{C}_{N,\alpha} = a \ln N + b$$

Ein Vergleich der so vorhergesagten Werte mit denen einer Vorstudie, bei der nur 3000 Simulationsdurchgänge erfolgten, erbrachte bei den F_{max}-Werten eine Übereinstimmung bis auf 1–2 Hundertstel.

Ergebnisse

Tabelle 1 gibt die $\hat{C}_{N,\alpha}$-Werte der F_{max}-Verteilungen wieder. In den letzten Zeilen sind die Produkt-Moment-Korrelationen (r) der kritischen Rohwerte $C_{N,\alpha}$ mit dem natürlichen Logarithmus der Stichprobengrößen und die jeweiligen Konstanten der Regressionsgleichung (a, b) angegeben.

In Tabelle 2 sind die entsprechenden Werte der Do-Verteilungen angegeben. Die Korrelationen sind hier insgesamt geringer, was auf die halbierte Anzahl der simulierten Do-Werte – die jeweils auf zwei F_{max}-Werten basieren – zurückzuführen ist.

Eine valide Anwendung dieser kritischen Werte ist selbstverständlich nur dann gewährleistet, wenn den empirischen F_{max}- und Do-Werten Polynome von genau 2-ten bis 4-ten Grades zugrunde liegen.

Tabelle 2

Geschätzte absolute kritische Do-Werte für die Signifikanzniveaus α = 5%; 2,5%; 1%. Nähere Erläuterungen im Text.

N	Do_a			Do_d		
	5%	2,5%	1%	5%	2,5%	1%
40	2,34	2,96	3,83	4,12	5,37	7,13
50	2,33	2,94	3,78	4,12	5,34	7,07
60	2,31	2,91	3,74	4,11	5,32	7,02
70	2,30	2,89	3,71	4,11	5,29	6,97
80	2,29	2,87	3,68	4,10	5,28	6,93
90	2,28	2,86	3,65	4,10	5,26	6,90
100	2,28	2,84	3,63	4,10	5,24	6,87
110	2,27	2,83	3,61	4,09	5,23	6,84
120	2,26	2,82	3,59	4,09	5,22	6,82
130	2,26	2,81	3,58	4,09	5,21	6,79
140	2,25	2,80	3,56	4,09	5,20	6,77
150	2,25	2,79	3,55	4,08	5,19	6,75
160	2,24	2,78	3,53	4,08	5,18	6,73
170	2,24	2,78	3,52	4,08	5,17	6,72
180	2,24	2,77	3,51	4,08	5,16	6,70
190	2,23	2,76	3,50	4,08	5,15	6,68
200	2,23	2,75	3,49	4,08	5,15	6,67
r	−0,70	−0.81	−0,79	−0,26	−0,53	−0,64
a	−0,069	−0,130	−0,212	−0,030	−0,141	−0,290
b	2,60	3,445	4,610	4,234	5,892	8,203

Weder die Anzahl der Polyone noch deren Grad dürfen von den hier vorgegebenen Bedingungen abweichen.

Liegen beispielsweise den empirischen F_{max}-Werten nur zwei der vorgegebenen drei Polynome zugrunde, wird mit den tabellierten kritischen Werten konservativ getestet. Das gleiche gilt auch bei Verwendung der kritischen Werte für größere Stichproben als den tabellierten.

Literatur

Hager, W. und Westermann, R.: Planung und Auswertung von Experimenten. In: Bredenkamp, J. und Feger, H. (Hrsg.): Hypothesenprüfung (= Enzyklopädie der Psychologie. Themenbereich B. Serie I. Band 5). Göttingen: Hogrefe, 1983, 24–238.

Hübner, R. und Hager, W.: Sind nonparametrische Tests parametrischen bei „beliebigen Verteilungen" vorzuziehen? Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 1984, 31, 214–231.

IMSL: International mathematical and statistical libraries: Computer subroutine libraries in mathematics and statistics. Houston, Texas: Author, 1980.

Kerlinger, F. N. and Pedhazur, E. J.: Multiple regression in behavioral research. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1973.

Lehmann, G.: Nichtlineare „Kausal"- bzw. Dominanz-Analysen in psychologischen Variablensystemen. Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 1980, 27, 257–276.

Räder, K. und Schwibbe, M.: Nonlineare Beziehungsanalysen zum Pollyanna-Prinzip in der Sprache. Psychologische Beiträge, 1982, 24, 286–295.

Schwibbe, M.: Multivariate Beziehungsanalysen zu Persönlichkeit, Sprache und EEG. Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie, 1983, 133–152.