

Eine naheliegende Fehleinschätzung des Zielabstandes bei der zeitoptimalen Regelung dynamischer Systeme

Ronald Hübner

Universität Regensburg

Die Bewertung der Problemzustände hinsichtlich ihres Zielabstandes ist ein wesentliches Hilfsmittel bei der Lösungsfindung von Problemen. Allgemein wird angenommen, daß die Bewertung dynamisch ist und im Laufe der Problembearbeitung optimal wird. In dieser Arbeit wird gezeigt, wie durch eine Aufgabe eine bestimmte Bewertung nahegelegt und danach kaum verändert wird, obwohl sie sich zur Bewältigung der gestellten Aufgabe nicht eignet. Bei der Aufgabe handelt es sich um die zeitoptimale Regelung eines diskreten, linearen, zeitinvarianten Systems. Es zeigt sich, daß zur Bewertung der Zustände ihr euklidischer Abstand zum Zielzustand verwendet wird, der aber hinsichtlich einer zeitoptimalen Regelung nicht den objektiven Zielabstand widerspiegelt.

Einleitung

Die Lösung von Problemen besteht oft nicht nur darin, ein vorgegebenes Ziel zu erreichen, sondern die Zielerreichung soll gleichzeitig bestimmten Bedingungen genügen. So ist etwa beim Turm von Hanoi die minimale Zugfolge zum Ziel zu finden (vgl. z.B. Klix, 1971). Solche Lösungen werden meist nicht sofort gefunden, sondern bedürfen mehrmaligen Probierens. Beim Probieren werden in der Regel Heurismen wie *Teilzielbildung* oder *Reduzierung des Zielabstandes* verwendet. Der Erfolg solcher Heurismen hängt nicht zuletzt von der Struktur des Problemraumes, also der subjektiven Repräsentation der objektiven Aufgabenstruktur ab. Ein wichtiger Bestandteil des Problemraumes ist dabei die Bewertungsfunktion, die Problemzustände hinsichtlich ihres Zielabstandes bewertet. Die Bewertungsfunktion ist beim Problemlöser nicht immer von vornherein optimal und kann sich während des Probierens verändern (vgl. Sydow, 1970).

In dieser Arbeit wird gezeigt, wie bei einer bestimmten Aufgabe ein Problemraum mit einer Bewertungsfunktion induziert wird, die die Pro-

blemlösung stark behindert. Die Aufgabe verlangt die zeitoptimale Regelung eines diskreten, dynamischen Systems.

In der Problemlöseforschung werden seit Dörner (1975) in zunehmendem Maße Aufgaben mit Hilfe computersimulierter dynamischer Systeme konstruiert (für eine Übersicht siehe Funke, 1985). Zum einen wird damit zwar die Möglichkeit zur Konstruktion komplexer Aufgaben gegeben. Zum anderen geht dies aber in vielen Fällen mit einem Verlust an genauer Kenntnis der Aufgaben-, besonders der Lösungsstruktur, einher. Damit gibt man einen wesentlichen Grundsatz traditioneller Problemlöseforschung auf, was für manche Fragestellungen durchaus berechtigt sein mag. Betrachtet man aber die mit den dynamischen Systemen konstruierten Aufgaben allgemein als Denkaufgaben, dann ist die genaue Kenntnis der Aufgaben und ihrer Lösungen von großer Bedeutung, worauf besonders Newell & Simon (1972) und Klix (1971) hingewiesen haben. Gerade aus dem Vergleich objektiver und subjektiver Strukturen lassen sich wichtige Informationen für die Theoriebildung in der Problemlöseforschung gewinnen. Daß man nicht notwendigerweise bei der Verwendung dynamischer Systeme zur Aufgabenkonstruktion auf die genaue Kenntnis objektiver Strukturen verzichten muß, hat die Arbeit von Thalmaier (1978) gezeigt.

Auch in der vorliegenden Arbeit wird eine Fragestellung in enger Anlehnung an die objektive Aufgaben- und Lösungsstruktur entwickelt. Dies macht es allerdings notwendig, vorab etwas Raum für die Aufgabenbeschreibung zu verwenden.

Dynamische Systeme

Als Formalismus zur Beschreibung dynamischer Systeme soll hier die Zustandsraumdarstellung gewählt werden. So dargestellte Systeme haben die sogenannte *Markov-Eigenschaft*, d.h., daß der jeweilige Zustand die gesamte Information über die Vorgeschichte des Systems enthält, wie sie für die Bestimmung des gegenwärtigen und zukünftigen Verhaltens des Systems notwendig ist.

Allgemein kann ein dynamisches System Σ durch fünf Mengen (T, U, Y, X, Ω) und zwei Funktionen ϕ und η beschrieben werden:

- T ist dabei eine *Zeitmenge*,
- U eine *Inputmenge*,
- X eine *Zustandsmenge*,
- Ω eine Menge zulässiger *Inputfunktionen*,
- Y eine *Outputmenge*,
- $\phi: T \times T \times X \times \Omega \rightarrow X$ ist eine *Zustandsübergangsfunktion* und
- $\eta: T \times X \rightarrow Y$ eine *Outputfunktion*

(vgl. Padulo & Arbib, 1974).

Aus der Vielzahl der dynamischen Systeme werden hier zuerst die linearen, zeitinvarianten Systeme betrachtet, die sich durch Differentialgleichungen (Matrizengleichungen) der Art:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{H}\mathbf{x}(t)\end{aligned}$$

beschreiben lassen.

Hierbei ist $t \in \mathbb{R}$ der Zeitindex, so daß $T = \mathbb{R}$. Ferner ist

$\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]'$ der Zustandsvektor,

$\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_p]'$ der Inputvektor,

$\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_q]'$ der Outputvektor,

\mathbf{F} die $(n \times n)$ Systemmatrix,

\mathbf{G} die $(n \times p)$ Inputmatrix und

\mathbf{H} die $(q \times n)$ Outputmatrix.

Entsprechend gilt hier: $X = \mathbb{R}^n$, $U = \mathbb{R}^p$ und $Y = \mathbb{R}^q$, wobei n die Dimension des Systems angibt. Die Outputfunktion ist $\eta(\mathbf{x}) = \mathbf{H}\mathbf{x}$.

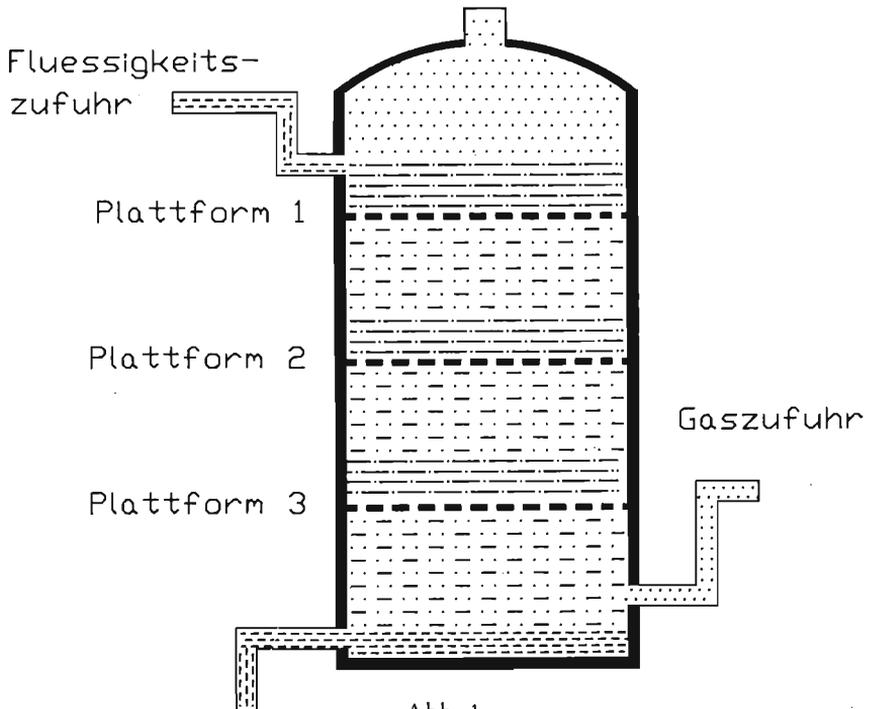


Abb. 1

Schematische Zeichnung eines Gasabsorbers mit 3 Plattformen.

Als Beispiel wird das mathematische Modell eines sogenannten *Gasabsorbers* betrachtet (vgl. dazu Lapidus & Luus, 1967), mit dem dann auch die Aufgabe für die experimentelle Untersuchung konstruiert wird.

Gasabsorber werden in der chemischen Industrie verwendet, um Gase in Flüssigkeiten zu lösen. Ein Gasabsorber ist ein Turm, in den von oben eine Lösungsflüssigkeit einläuft. In dieser Lösungsflüssigkeit soll das gewünschte Gas gelöst werden. Die Lösungsflüssigkeit läuft durch mehrere siebartige Plattformen hindurch nach unten. Der Gasabsorber, der hier betrachtet werden soll, hat drei solche Plattformen (siehe Abbildung 1).

Von unten strömt ein Luft/Gasgemisch in den Turm und steigt durch die siebartigen Plattformen und die Flüssigkeit nach oben. Durch diesen Gegenfluß von Flüssigkeit und Luft/Gasgemisch wird erreicht, daß ein bestimmter Anteil Gas von der Flüssigkeit absorbiert, also aufgenommen wird. Die Menge der einfließenden Flüssigkeit und des einströmenden Luft/Gasgemisches ist konstant. Eine Veränderung des Gasanteils in der Flüssigkeit kann somit nur dadurch erreicht werden, daß der Gasanteil im Luft/Gasgemisch verändert wird.

Mathematisch kann das Materialverhältnis auf den einzelnen Plattformen beschrieben werden durch die Gleichung:

$$H \frac{dy_m}{dt} + h \frac{dx_m}{dt} = L (x_{m-1} - x_m) + G (y_{m+1} - y_m).$$

Dabei bedeuten:

- x_m := Verhältnis von gelöstem Gas zu Flüssigkeit auf der m-ten Plattform (kg/kg),
- y_m := Verhältnis von ungelöstem Gas zu Luft auf der m-ten Plattform (kg/kg),
- H := Gas/Luftmenge auf jeder Plattform (kg),
- h := Flüssigkeitsmenge auf jeder Plattform (kg),
- L := Lösungsmittelrate (kg/min) und
- G := Gasrate (kg/min).

Bei Annahme einer linearen Gleichgewichtsrelation zwischen dem Gas/Flüssigkeits- und dem Gas/Luftverhältnis von $y_m = ax_m + b$ ergibt sich:

$$\frac{dx_m}{dt} = \frac{d}{e} x_{m-1} - \frac{d+1}{e} x_m + \frac{1}{e} x_{m+1},$$

mit $d = L/Ga$ und $e = (Ha + h)/Ga$.

Diese Gleichung beschreibt nun die einzelnen Zustandsvariablen x als Funktion der Zeit. Wenn der Input definiert wird als $u(t) = (\tilde{u}(t) - b)/a$, mit $\tilde{u}(t) = y_4(t)$, und als Parameter gewählt werden:

$$\begin{array}{ll} a: & = 0.72, & G: & = 66.7 \text{ kg/min}, \\ b: & = 0.0, & H: & = 1.0 \text{ kg}, \\ L: & = 40.8 \text{ kg/min}, & h: & = 75 \text{ kg}, \end{array}$$

dann ergibt sich für einen Gasabsorber mit drei Plattformen das Differentialgleichungssystem:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} -1.173 & 0.6341 & 0.000 \\ 0.539 & -1.173 & 0.634 \\ 0.000 & 0.539 & -1.173 \end{bmatrix} \mathbf{x}(t) + \begin{bmatrix} 0.000 \\ 0.000 \\ 0.634 \end{bmatrix} u(t)$$

Als Outputmatrix wird die Einheitsmatrix verwendet, so daß $y(t) = \mathbf{x}(t)$ gilt, und deshalb die Outputfunktion hier nicht gesondert dargestellt wird.

Die Zustandsübergangsfunktion ϕ ist nun als Lösung des Differentialgleichungssystems:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{F}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}u(t)$$

gegeben durch (bei $t_0 = 0$):

$$\mathbf{x}(t) = \exp(\mathbf{F}t)\mathbf{x}(0) + \int_0^t \exp[\mathbf{F}(t-\lambda)]\mathbf{G}u(\lambda) d\lambda$$

(vgl. Lapidus & Luus, 1967).

Diese Lösung ist hier insofern von Bedeutung, als es in den psychologischen Untersuchungen bei Verwendung dynamischer Systeme üblich ist, den Systemverlauf zu diskreten Zeitpunkten darzubieten, was oft einer Diskretisierung kontinuierlicher Systeme entspricht. Ein dynamisches System Σ wird *diskret* genannt, wenn die Zeitmenge die Menge der ganzen Zahlen ist. Die Menge Ω ist bei einem diskreten System eine Menge U^* von *Inputfolgen* mit Elementen aus U :

$$U^* = \{u_0 u_1 \dots u_{n-1} \mid n \geq 0 \text{ und } u_i \in U\}.$$

Diskrete, lineare, zeitinvariante (dlz) Systeme lassen sich durch Differenzgleichungssysteme der Art:

$$\begin{array}{l} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \\ \mathbf{y}(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{array}$$

darstellen.

Hierbei ist $k \in \mathbf{Z}$ der Zeitindex, so daß $T = \mathbf{Z}$. $\mathbf{x}(k)$ bezeichnet also den Zustandsvektor \mathbf{x} des Systems zum Zeitpunkt k . \mathbf{A} , \mathbf{B} und \mathbf{C} sind entsprechende System-, Input- und Outputmatrizen.

Soll ein kontinuierliches System diskretisiert werden, so kann das durch Einteilung des Systemverlaufs in konstante Zeitintervalle geschehen. Für die hier betrachteten Systeme und $t = T$ erhält man:

$$\begin{array}{l} \mathbf{x}(k+1) = \exp(\mathbf{F}T)\mathbf{x}(k) + \delta(\mathbf{F}T)\mathbf{u}(k), \text{ mit} \\ \delta(\mathbf{F}T) = \int_0^T \exp[\mathbf{F}(T-\lambda)] d\lambda \mathbf{G} \end{array}$$

Für den Gasabsorber und $T= 1$ (min) ergibt sich so:

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0.365 & 0.219 & 0.066 \\ 0.186 & 0.421 & 0.219 \\ 0.048 & 0.186 & 0.365 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0.019 \\ 0.100 \\ 0.389 \end{bmatrix} u(k)$$

Mit einem linearen System kann auch das Abweichungsverhalten von sogenannten *Fließgleichgewichtszuständen* \mathbf{x}_e beschrieben werden. Das sind Zustände, die sich bei einem konstanten Input \mathbf{u}_e einstellen:

$$\mathbf{x}_e = \mathbf{A}\mathbf{x}_e + \mathbf{B}\mathbf{u}_e .$$

Ein Fließgleichgewichtszustand \mathbf{x}_e kann nun als Nullzustand $\mathbf{0}$ (d. h. alle Komponenten des Zustandsvektors sind Null) des neuen Systems:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k) &= \mathbf{A}\mathbf{z}(k) + \mathbf{B}\mathbf{m}(k) \text{ mit} \\ \mathbf{z}(k) &= \mathbf{x}(k) - \mathbf{x}_e, \mathbf{m}(k) = \mathbf{u}(k) - \mathbf{u}_e, \mathbf{z}(0) = \mathbf{x}(0) - \mathbf{x}_e \text{ und} \\ \mathbf{z}_e &= \mathbf{m}_e = \mathbf{0} \end{aligned}$$

betrachtet werden, das dann die Abweichung vom Fließgewichtszustand \mathbf{x}_e beschreibt.

Optimale Kontrolle

Aufgaben im Zusammenhang mit dynamischen Systemen beinhalten in vielen Fällen eine Art von Kontrolle oder Regelung der Systeme. Ein Systemzustand soll in einen anderen überführt werden. Für die hier zu konstruierende Aufgabe ist der Nullzustand des Gasabsorbers der zu erreichende Zustand. In einem solchen Fall spricht man von *Kontrolle* (vgl. Padulo & Arbib, 1974). Die Überführung selbst geschieht dabei nach bestimmten impliziten oder expliziten Gütekriterien. So kann als Kriterium die benötigte Zeit dienen, die zur Zielerreichung benötigt wird. Eine solche zeitoptimale Regelung bedeutet für dlz-Systeme, den Nullzustand in möglichst wenig Schritten (Zeitpunkten) zu erreichen. Bei diesen Systemen hängt die minimale Schrittzahl von der System- und der Inputmatrix ab. Es gilt, daß ein n-dimensionales dlz-System mit $\text{Det}(\mathbf{A}) \neq 0$ in höchstens $n-p+1$ Schritten kontrollierbar ist, wobei p den Rang der Inputmatrix angibt. Für den Gasabsorber ergibt sich somit eine Höchstschrittzahl von 3.

Allgemein ergibt sich als optimale Inputsequenz für n-dimensionale dlz-Systeme mit einer Inputvariablen und $\text{Det}(\mathbf{A}) \neq 0$ (vgl. Lapidus & Luus, 1967):

$$[u(0) \dots u(n-1)]' = -[\mathbf{A}^{n-1} \mathbf{b}', \dots, \mathbf{A} \mathbf{b}', \mathbf{b}']^{-1} \mathbf{A}^n \mathbf{x}(0)$$

Für einen beliebigen Anfangszustand läßt sich so die optimale Inputsequenz bestimmen. Wird aufgrund des Anfangszustandes die gesamte Input-

sequenz bestimmt, spricht man von *open-loop*-Regelung. Wird hingegen zu jedem Zeitpunkt aufgrund des momentanen Zustandes der jeweilige Input bestimmt, dann spricht man von *closed-loop*- oder *feedback*-Regelung. Eine solche Regelung wäre hier gegeben durch:

$$u(k) = -[1 \ 0 \ \dots \ 0] [A^{n-1} \ b' \ \dots \ Ab' \ b]^{-1} A^n x(k).$$

Für die zeitoptimale feedback-Regelung des Gasabsorbers ergibt sich so:

$$u(k) = -[3.517 \ 3.664 \ 1.846] x(k).$$

Ein anderes Kriterium wäre die Summe der Abweichungen des Systemzustandes vom Nullzustand während der Zielerreichung (abweichungsoptimale Regelung). Aber auch der Inputaufwand bei der Kontrolle kann als Kriterium verwendet werden (inputoptimale Regelung).

Zur Objektivierung dieser Kriterien hat sich das quadratische Gütekriterium bewährt (vgl. Lapidus & Luus, 1967):

$$I[x(0), M] = \sum_{k=1}^M [x'(k)Qx(k) + u'(k-1)Ru(k-1)]$$

M gibt die Anzahl der Schritte an. Q und R sind angemessen gewählte positiv semi-definite oder definit symmetrische Matrizen. Sind Q und R beispielsweise Einheitsmatrizen, dann ergibt sich als Kriterium die ungewichtete Quadratsumme der Terme. Ist nun $R = 0$, dann hat man bei der Minimierung des Gütekriteriums eine abweichungsoptimale Regelung. Ist hingegen $Q = 0$, so resultiert eine inputoptimale Regelung. Die entsprechenden Inputwerte zu den Regelungen werden bestimmt durch:

$$\begin{aligned} u(k) &= -K_{M-k} x(k) \\ K_{M-k} &= [B'(Q + J_{M-k-1})B + R]^{-1} B'(Q + J_{M-k-1})A \\ J_{M-k} &= A'(Q + J_{M-k-1})(A - BK_{M-k}) \end{aligned}$$

mit der Anfangsbedingung $J_0 = 0$.

Für den Fall $M = \infty$ ergibt sich eine stationäre Lösung:

$$\begin{aligned} K &= [B'(Q + J)B + R]^{-1} B'(Q + J)A \\ J &= A'(Q + J)(A - BK). \end{aligned}$$

Die Matrix K ist in diesem Fall konstant, wodurch eine feedback-Regelung gegeben ist.

Für den Gasabsorber ergibt sich auch bei der rekursiven Berechnung relativ schnell eine stationäre Lösung. So ist etwa für die abweichungsoptimale Regelung schon für $k \geq 6$ eine stationäre Lösung gegeben:

$$u(k) = -[0.402 \ 0.881 \ 1.066] x(k).$$

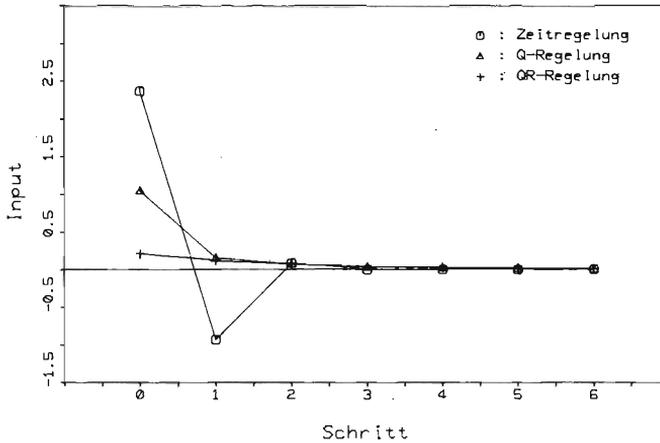


Abb. 2

Optimale Inputwerte bei verschiedenen Kriterien für $x(0) = [-0.22 \ -0.40 \ -0.56]'$ und $M = 6$.

In Abbildung 2 sind für den Gasabsorber optimale Inputs für den Anfangszustand $x(0) = [-0.22 \ -0.40 \ -0.56]'$ dargestellt. Die Großbuchstaben Q und R in der Legende geben die Matrizen des quadratischen Gütekriteriums an, die nicht Null sind.

Dlz-Systeme als Probleme

Bis hier wurde die Aufgabenstruktur analysiert. Da aber bei einem Problemlöseexperiment dem Problemlöser in der Regel diese Struktur nicht bekannt ist, stellt sich die Frage, welche Strukturen auf der subjektiven Seite beim Problemlöser vorhanden sind. Zur Beantwortung dieser Frage wird das Konzept des *Problemraumes* als subjektive Repräsentation der Aufgabenstruktur herangezogen (vgl. Banerji, 1969, 1980; Klix, 1971; Newell & Simon, 1972).

Ein Problemraum oder einfach Problem wird hier durch eine Struktur $\rho = \langle P, p_z, F, W, \delta \rangle$ beschrieben. Dabei bezeichnet:

- P eine Menge von *Problemzuständen*,
- $p_z \in P$ einen *Zielzustand*,
- $F = \{f \mid f: P_i \rightarrow P \text{ und } P_i \subseteq P\}$ eine *Funktionenmenge*.
- W eine *Wertemenge*, für die gilt, daß jede Teilmenge ein Minimum besitzt und
- $\delta: P \rightarrow W$ eine *Bewertungsfunktion*.

Ist jetzt ein *Anfangszustand* $p_0 \in P$ gegeben, dann ist eine *Lösung* von ρ für p_0 durch eine endliche Folge von Funktionen f_1, \dots, f_n mit:

$$f_n (f_{n-1} (\dots f_1 (p_0) \dots)) = p_z \text{ gegeben.}$$

Ferner ist hier der Begriff *Lösungsstrategie* von Bedeutung. Sei eine *Strategie* allgemein definiert durch eine Funktion:

$Q: \bigcup_{f \in F} P_f \rightarrow F$, bei der aus $Q(p) = f$ folgt, daß $p \in P_f$ ist. Dann wird eine Strategie *Lösungsstrategie* genannt, wenn es eine Lösung f_1, \dots, f_n gibt, so daß $f_i = Q(p_i)$ ist, und für jedes i ($1 \leq i \leq n$) gilt, daß

$$f_{i+1} = Q(f_i (f_{i-1} (\dots f_1 (p_0) \dots))) \text{ (vgl. Banerji, 1969).}$$

Experimentelle Ergebnisse der Denkpsychologie haben gezeigt, daß beim Problemlösen die Bewertungsfunktion eine Zielabstandsfunktion ist und mit ihr Strategien derart gebildet werden, daß jeweils die Funktion gewählt wird, die zum geringsten Zielabstand führt:

$$Q(p) = f', \text{ mit } p \in P_{f'}, \text{ so daß für alle } f \in F \text{ gilt:}$$

$$\delta[f'(p)] \leq \delta[f(p)]$$

(vgl. Klix, 1971; Sydow, 1970).

Nun wird gezeigt, wie ein optimaler Problemraum für die zeitoptimale Regelung des Gasabsorbers beschaffen ist. Ein Problemraum ist dafür dann optimal, wenn gilt, daß:

- $P = \mathbb{R}^3$ (der Zustandsraum),
- $p_z = 0_x$ (der Nullzustand),
- $F = \{g_u : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 \mid g_u(x) = Ax + bu, u \in \mathbb{R}\}$,
- $W = \{0, 1, 2, 3\}$ und
- δ wird rekursiv definiert durch:

$$\delta(0_x) = 0,$$

$$\delta(x) = i+1 \text{ gdw. } \delta(x) \neq j \text{ (} 0 \leq j \leq i \text{) und es ein } u \in \mathbb{R} \text{ gibt, so daß}$$

$$\delta(Ax + bu) = i.$$

Eine Lösung für $x(0)$ ist eine Inputfolge u_0, \dots, u_i , die $x(0)$ zum Nullzustand führt. Die Lösung ist zeitoptimal, wenn die Inputfolge $\delta[x(0)]$ Glieder hat. Eine Lösungsstrategie, die zu zeitoptimalen Lösungen führt, ist durch die oben angegebene zeitoptimale feedback-Regelung gegeben.

Fragestellung

Bei Vorversuchen zur Regelung des Gasabsorbers wurde deutlich, daß die Probanden große Schwierigkeiten bei der zeitoptimalen Regelung hat-

ten. Wie aus Abbildung 2 ersichtlich ist, verlangt diese Regelung relativ extreme Inputwerte. Das allein ist aber noch keine befriedigende Erklärung. Es wird deshalb die Hypothese aufgestellt, daß eine zur zeitoptimalen Regelung ungeeignete Bewertungsfunktion verwendet wird, die trotz Annahme einer ansonsten hinreichend guten Entsprechung des Problemraumes mit dem optimalen Problemraum, zu einer falschen Strategie führt.

Die Bewertungsfunktion des optimalen Problemraumes bewertet die Zustände hinsichtlich ihres Abstandes vom Zielzustand, wobei als Maß die benötigte minimale Schrittzahl verwendet wird. Für einen Problemlöser, der die mathematische Struktur der Aufgabe und der Lösung nicht kennt, wird vermutet, daß seine Bewertungsfunktion der Systemzustände eine Funktion ihres *euklidischen* Abstandes vom Nullzustand ist, und er deshalb Inputwerte wählt, die hinsichtlich dieses Maßes eine größtmögliche Abstandsverringerung bringen. Aus diesem Grund kann auch eine Lösungsstrategie, die zur zeitoptimalen Regelung führt, nur sehr schwierig entwickelt werden.

Diese Hypothese wird experimentell geprüft. Dazu werden Probanden in einer Lernphase Anfangszustände jeweils dreimal zum Nullzustand regeln. Für jede Zustandsrückführung werden drei Schritte zur Verfügung stehen.

Eine prinzipielle Schwierigkeit bei Untersuchungen, bei denen die Probanden über eine Rückkopplung mit dem zu regelnden System verbunden sind, ist die eingeschränkte Kontrolle des Versuchsleiters, die in der Regel nach der Vorgabe des Anfangszustandes endet, da sich die Probanden dann durch ihre Eingaben die folgenden Systemzustände selbst erzeugen. Dies schränkt die freie Variation der Systemzustände als unabhängige Variable ein und macht die Verwendung von Maßen wie die Differenz zum optimalen Input problematisch. Diese Schwierigkeit wird hier durch eine anschließende Testphase und die Nutzung der Markov-Eigenschaft der Zustandsraumdarstellung und der unmittelbaren Beobachtung der Systemzustände umgangen. Bei Vorliegen einer Strategie genügt bereits die Information eines einzelnen Systemzustandes, um einen entsprechenden Input zu bestimmen. Somit ist es möglich, Zustände einzeln und unabhängig voneinander darzubieten.

Wird die Bewertung der Systemzustände tatsächlich in Abhängigkeit ihres euklidischen Abstandes zum Nullzustand vorgenommen, dann sollten solche Inputwerte gewählt werden, die zu einer Verringerung des euklidischen Zielabstandes führen. Dies widerspricht nun nicht bei allen Zuständen einer zeitoptimalen Regelung. Als Zustände werden deshalb zum einen Fließgleichgewichtszustände verwendet. Diese Zustände können beim Gasabsorber in nicht weniger als drei Schritten zum Nullzustand geführt werden. Sie werden hier als *3er-Zustände* bezeichnet. Die aus diesen Zuständen durch einen zeitoptimalen Input resultierenden Zustände benötigen dann

nur noch zwei Schritte bis zum Nullzustand und werden hier *2er-Zustände* genannt. Bei *2er-Zuständen* wird nun durch einen zeitoptimalen Input auch der euklidische Abstand erheblich reduziert, während bei den *3er-Zuständen* der euklidische Abstand vergrößert wird.

Dies wird zur Prüfung der oben angeführten Hypothese genutzt. In der Testphase werden *2er-* und *3er-Zustände* dargeboten mit der Aufforderung an die Probanden, den ihrer Meinung nach optimalen Inputwert anzugeben. Trifft die oben angeführte Hypothese zu, dann werden die Inputfehler bei den *2er-Zuständen* (E-*2er*) geringer sein als bei den *3er-Zuständen* (E-*3er*) wobei mit Inputfehler hier und im folgenden die mittleren absoluten Differenzen zwischen dem empirischen Input und dem zeitoptimalen Input gemeint sind. Somit ergeben sich als statistische Hypothesen:

$$(I) \quad \begin{aligned} H_0 &: \mu_{E-2er} - \mu_{E-3er} \geq 0, \\ H_1 &: \mu_{E-2er} - \mu_{E-3er} < 0. \end{aligned}$$

Ferner werden zwei Lernbedingungen realisiert. Bei der einen Bedingung (Gruppe A) werden die aus den Anfangszuständen zufällig gewählten Zustände jeweils dreimal direkt hintereinander dargeboten. Bei der anderen Bedingung (Gruppe B) werden die Anfangszustände als Block dreimal hintereinander dargeboten, die einzelnen Zustände eines Blocks jeweils zufällig. So sind für jede Gruppe die Anfangszustände und deren Anzahl gleich, lediglich die Darbietungsreihenfolge ist verschieden. Die Frage ist, ob sich bei den Gruppen Unterschiede hinsichtlich des Inputfehlers ergeben. Als statistische Hypothesen werden formuliert:

$$(II) \quad \begin{aligned} H_0 &: \mu_A - \mu_B = 0, \\ H_1 &: \mu_A - \mu_B \neq 0. \end{aligned}$$

Als Argument könnte nun vorgebracht werden, daß die Probanden bei der zusammenhängenden Regelung des Systems in der Lernphase anders vorgehen als in der Testphase und so verschiedenes Verhalten gemessen würde. Trifft dies zu, dann ist der Schluß von den Ergebnissen der Testphase auf tatsächliches Regelverhalten problematisch. Aus diesem Grund werden in der Testphase die Anfangszustände der Lernphase noch einmal dargeboten. Von diesen Zuständen werden die Inputfehler der Gruppe B vom letzten Block der Lernphase (L) mit denen der Testphase (T) verglichen. Ist das Verhalten in der Lernphase mit dem in der Testphase vergleichbar, dann müssen die Inputfehler gleich sein. Als statistische Hypothesen ergeben sich so:

$$(III) \quad \begin{aligned} H_0 &: \mu_L - \mu_T = 0, \\ H_1 &: \mu_L - \mu_T \neq 0. \end{aligned}$$

Hier entspricht die statistische Nullhypothese der favorisierten Hypothese. Aus diesem Grund wird für den Test dieser Hypothese ein Signifikanzniveau von 10% festgesetzt, während für die anderen Hypothesen 5% gilt.

Methode

Das Experiment wird bis auf eine Ausnahme mit Psychologiestudenten der Universität Regensburg durchgeführt (Gruppe A: $N=8$; Gruppe B: $N=8$), deren Teilnahme auf pflichtmäßig abzuleistende Versuchspersonenstunden angerechnet wird. Die schriftlich vorgegebene Instruktion enthält eine verbale Beschreibung des Gasabsorbers und die Erläuterung der Aufgabe. Sie sollen lernen, die Anfangszustände in den drei zur Verfügung stehenden Schritten zum Nullzustand zu regeln. Als Anfangszustände werden zehn Fließgleichgewichtszustände verwendet. Dazu werden aus den Inputwerten:

$$-1.00, -0.99, \dots, -0.02, -0.01, 0.01, 0.02, \dots, 0.99, 1.00$$

jeweils 5 negative und 5 positive zufällig ausgewählt und die entsprechenden Fließgleichgewichte berechnet.

Nachdem die Probanden die Instruktion gelesen haben, übernimmt ein Olivetti PC M24 die weitere Steuerung des Experiments und die Registrierung der anfallenden Daten. Als Beispiel wird zu Beginn die zeitoptimale Regelung eines Anfangszustandes vorgemacht. Die Systemzustände werden auf dem Bildschirm neben einer schematischen Darstellung des Gasabsorbers numerisch dargeboten. Die Werte werden dazu mit 100 multipliziert und mit zwei Stellen nach dem Komma dargestellt. Eine Maßeinheit wird nicht angegeben sondern den Probanden gesagt, daß diese Werte die Abweichung des Gasanteils in der Flüssigkeit von einem optimalen Wert widerspiegeln. Die Eingabe der numerischen Inputwerte, die jeweils durch 100 geteilt wurden, erfolgt über die Tastatur des PCs. Es gibt keinerlei Zeitbegrenzung¹⁾.

Haben die Probanden einen Inputwert eingegeben, wird ihnen der daraus resultierende Systemzustand mit der Aufforderung zu einer neuen Eingabe rückgemeldet. Nach den drei Eingaben für einen Anfangszustand kann durch Drücken der RETURN-Taste ein neuer Anfangszustand abgerufen werden. Nach den so insgesamt 90 Eingaben (10 Zustände mal 3 Darbietungen mal 3 Eingaben) der Lernphase folgt die Testphase mit zufälliger Darbietung von 50 Zuständen (20 3er-Zustände plus 20 2er-Zustände plus die

1) Wegen der variablen Zeitdauer zwischen den Eingaben ist die Bezeichnung „zeitoptimal“ nicht ganz korrekt und müßte „schritt optimal“ lauten.

10 Anfangszustände aus der Lernphase) mit der Aufforderung zur Eingabe der Inputwerte. Hier gibt es keinerlei Rückmeldung für die Eingaben.

Die 20 2er- und neuen 20 3er-Zustände der Testphase werden so aus den Fließgleichgewichtszuständen zu den oben angegebenen Inputs und ihren aus einem zeitoptimalen Input resultierenden 2er-Zuständen ausgewählt, daß sich jeweils gleiche Mittelwerte und Varianzen der dafür zeitoptimalen Inputwerte (absolut) ergeben ($m = 0.97$, $\text{var} = 0.27$).

Ergebnisse

In der Tabelle sind die Ergebnisse zusammengefaßt. Hinsichtlich der zentralen Hypothese dieser Arbeit, dem vorhergesagten Unterschied zwischen den Inputfehlern bei den 3er- und 2er-Zuständen (Hypothese I), ergibt sich ein signifikanter Unterschied. Zwischen den Gruppen gibt es hingegen hinsichtlich der Inputfehler (Hypothese II) keinen signifikanten Unterschied. Der Unterschied zwischen den Inputfehlern bei den Anfangszuständen in der Lern- und der Testphase (Hypothesen III) ist nicht signifikant, womit der oben erhobene Einwand nicht bestätigt wurde.

Tabelle 1

Mittelwerte (m), Varianzen (s^2) und t-Werte (t) zu den entsprechenden Hypothesen (nähere Erläuterungen in Text).

	m_1	s_1^2	m_2	s_2^2	df	t
Hyp. I	E-2er 0.33	0.07	E-3er 0.66	0.03	15	-5.74*
Hyp. II	A 0.49	0.04	B 0.50	0.03	14	-0.02
Hyp. III	L 1.47	0.08	T 1.48	0.14	15	-0.11
	D1 0.50	0.03	D2 0.41	0.04	15	2.24*

Ein bis jetzt noch nicht berücksichtigtes Ergebnis der Aufgabenanalyse ist, daß die abweichungsoptimale Regelung (Q-Regelung) der Bewertung hinsichtlich des euklidischen Abstandes entspricht. In Abbildung 3 ist deshalb der Verlauf des euklidischen Abstandes bei der zeitoptimalen und der Q-Regelung (stationäre Lösung) hinsichtlich des Mittelwertes der Anfangs-

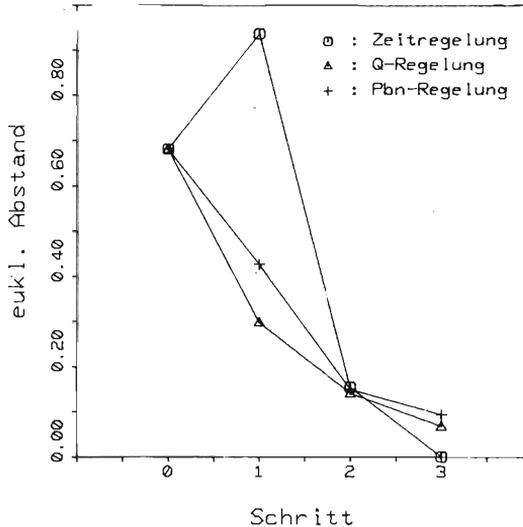


Abb. 3

Veränderung des euklidischen Abstandes bei verschiedenen Regelungen des mittleren Anfangszustandes im Vergleich zur gemittelten empirischen Regelung.

zustände der Lernphase im Vergleich zu der gemittelten empirischen Regelung der Lernphase dargestellt. Wie zu sehen ist, führt die zeitoptimale Regelung im ersten Schritt zu einer Abstandsvergrößerung, während die Q- und die empirische Regelung bei jedem Schritt zu einer Abstandsverringering führen.

Da relativ schnell erkennbar wird, daß die Probanden auch nicht annähernd die zeitoptimale Regelung gelernt haben, stellt sich die Frage, ob für diese schwierige Aufgabe nicht zu wenig Lerndurchgänge erfolgt sind. Aus diesem Grund werden die Probanden aufgefordert, das Experiment ein zweites Mal durchzuführen. Es wird erwartet, daß die Inputfehler (ohne die Anfangszustände) beim zweiten Durchgang (D2) geringer ausfallen als die Inputfehler beim ersten Durchgang (D1). Wie erwartet tritt eine signifikante Verbesserung auf (siehe die letzte Zeile der Tabelle). Ansonsten sind die Ergebnisse des zweiten mit denen des ersten Durchgangs vergleichbar, bis darauf, daß sie in der Tendenz näher an der zeitoptimalen Regelung liegen. Zwei Probanden haben sogar im zweiten Durchgang die zeitoptimale Regelung nahezu perfekt gelernt. Ein interessantes Ergebnis ist nun aber, daß der Lernerfolg nicht kontinuierlich verläuft, sondern sich plötzlich beim zweiten Durchgang einstellt. Dieses überraschende Ergebnis läßt sich ex post facto durch die Befragung der Probanden klären. Danach ist die zu Beginn

jeden Durchgangs gezeigte optimale Beispielregelung dafür verantwortlich zu machen. Beim zweiten Durchgang sind die Probanden durch ihre Erfahrungen des ersten Durchgangs in der Lage, die Information der Beispielregelung besser zu nutzen.

Diskussion

Die Ergebnisse bestätigen die hier vertretene Hypothese, daß bei der Regelung des Gasabsorbers oder allgemein bei dlz-Systemen zur Bewertung des Zielabstandes der Zustände ihr euklidischer Abstand zum Nullzustand verwendet wird. Entsprechend werden Inputwerte gewählt, die den euklidischen Zielabstand verringern. Diese Strategie hätte zwar bei längerer Regelungsdauer zum Ziel geführt, jedoch nicht in der hier geforderten minimalen Schrittzahl. Interessanterweise stehen die Ergebnisse in Einklang mit denen des manuellen Tracking. Auch dabei wird als Kriterium die quadratischen Abweichungen verwendet (vgl. Marienfeld, 1970).

Hinsichtlich des von den Probanden verwendeten Problemraumes hätte die zeitoptimale Lösung einen „Umweg“ mit einer anfänglichen Zielabstandsvergrößerung bedeutet. Im Gegensatz zu Aufgaben wie dem Turm von Hanoi, wo relativ schnell eine optimale Zielabstandsfunktion gelernt wird (vgl. Sydow, 1970), bleibt hier deren Veränderung aus. Die gewählte Zielabstandsfunktion wird innerhalb der Durchgänge aufgrund der gegebenen Rückmeldung nicht wesentlich modifiziert. Das mag mit daran gelegen haben, daß verschiedene Anfangszustände zu regeln waren, obwohl sie relativ ähnlich waren (Fließgleichgewichte). Lediglich die Information der Beispielregelung führt zu einer Modifikation der Strategie, allerdings mit großen interindividuellen Unterschieden.

Die Art der Datenerhebung in dieser Arbeit ist nur möglich gewesen durch die Zustandsraumdarstellung des verwendeten Systems und die Möglichkeit zur unmittelbaren Beobachtung aller Zustände. So ist es möglich gewesen, die oft schwierige Auswertung von Verlaufsdaten zu umgehen. Auch ist dadurch möglich geworden, traditionelle Konzepte der Problemlöseforschung mit denen des „komplexen Problemlösens“, wie die Regelung dynamischer Systeme in den psychologischen Untersuchungen auch heißt, zu verbinden.

Summary

The evaluation of problem states with respect to their goal distance is an efficient means of finding the solution of a problem. The evaluation is generally assumed to be dynamic and to become optimal during the course of solving the problem. It is shown that certain problems induce evaluations

that are not changed, even when they are inadequate for solving the problem. A problem of this type is the control of a discrete linear time-invariant system in a minimum number of steps. Subjects use the Euclidean distance to the goal state to evaluate the current problem state. This distance measure, however, does not reflect the objective goal distance and thus prevents the subjects from finding the solution.

Literatur

- Banerji, R. B.: Theory of problem solving. An approach to artificial intelligence. New York: American Elsevier Publishing Company, 1969.
- Banerji, R. B.: Artificial intelligence. New York, Oxford: North Holland, 1980.
- Dörner, D.: Wie Menschen eine Welt verbessern wollten. *Bild der Wissenschaft*, 1975, 12, 48—53.
- Funke, J.: Problemlösen in komplexen computersimulierten Realitätsbereichen. *Sprache & Kognition*, 1985, 3, 113—129.
- Klix, F.: Information und Verhalten. Bern, Stuttgart, Wien: Verlag Hans Huber, 1971.
- Lapidus, L. & Luus, R.: Optimal control of engineering processes.: Waltham, Massachusetts, Toronto, London: Blaisdell Publishing Company, 1967.
- Marienfeld, H.: Modelle für den Regler-Mensch — ein Praktikumsversuch. In: W. Oppelt & G. Vossius (Hrsg.): *Der Mensch als Regler*. Berlin: VEB Verlag Technik, 1970.
- Newell, A. & Simon, H. A.: Human problem solving. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1972.
- Padulo, L. & Arbib, M. A.: System theory. Philadelphia, London, Toronto: Saunders, 1974.
- Sydow, H.: Zur metrischen Erfassung von subjektiven Problemzuständen und zu deren Veränderung im Denkprozeß I, II. *Zeitschrift für Psychologie*, 1970, 177, 145—198 bzw. 1970; 178, 1—50.
- Thalmaier, A.: Zur kognitiven Bewältigung der optimalen Steuerung eines dynamischen Systems. *Zeitschrift für experimentelle und angewandte Psychologie*, 1979, 26, 388—421.
- Anschrift des Verfassers: Dipl.-Psych. R. Hübner, Institut für Psychologie der Universität Regensburg, Universitätsstraße 31, 8400 Regensburg.